＜目標＞

・具体的な場面で，式の意味を読み取ったり，式を目的に応じて変形したりして，数量の関係や図形の性質をとらえ，その過程を振り返ることができる。

・問題を解決するために，式を展開したり，因数分解したりすることが手際よくできる。

＜問題＞

3 けたの自然数で，各位の数の和が 3 の倍数ならば，その 3 けたの自然数は 3 の倍数であることを文字を利用して証明しなさい。

3けたの自然数の表し方は，すでに学習しました。ここでは，式の計算の利用の第2次に学習したことを振り返ってみましょう。

＜解答＞

百の位の数をa，十の位の数をb，一の位の数をcとすると，
各位の数の和が 3 の倍数の 3 けたの自然数は，
$100a+10b+c$ ， $a+b+c=3n$ （ただし，nは自然数とする）と表せる。

$100a+10b+c$	式を目的に応じて変形する
$=99a+9b+(a+b+c)$	$a+b+c$ に $3n$ を代入する
$=99a+9b+3n$	共通因数の3を取り出す
$=3(33a+3b+n)$	

$33a+3b+n$ は自然数なので，$3(33a+3b+n)$は3の倍数である。
よって，3 けたの自然数で，各位の数の和が 3 の倍数ならば，その 3 けたの自然数は 3 の倍数である。

＜重要＞

結論の記述は，すでに学習してあります。それも含めて，このような問題は，確実に解答できるようにしておいてください。

上の解答を参考にして，次の課題に取り組んでください。

＜課題1＞

3 けたの自然数で，各位の数の和が9の倍数ならば，その 3 けたの自然数は9の倍数であることを，文字を利用して証明しなさい。

＜課題2＞

3 けたの自然数で，下2けたの数が4の倍数ならば，その 3 けたの自然数は4の倍数であることを，文字を利用して証明しなさい。

＜解答1＞
百の位の数をa，十の位の数をb，一の位の数をcとすると，
各位の数の和が9の倍数の３けたの自然数は，
$100a+10b+c$ ，　$a+b+c=9n$ （ただし，nは自然数とする）と表せる。

$$
\begin{aligned}
&100a+10b+c\\
=&99a+9b+(a+b+c)\\
=&99a+9b+9n\\
=&9(11a+b+n)
\end{aligned}
$$

$11a+b+n$ は自然数なので，$9(11a+b+n)$は9の倍数である。
よって，３けたの自然数で，各位の数の和が9の倍数ならば，その３けたの自然数は9の倍数である。

＜解答＞
百の位の数をa，十の位の数をb，一の位の数をcとすると，
下2けたが4の倍数の３けたの自然数は，
$100a+10b+c$ ，　$10b+c=4n$ （ただし，nは自然数とする）と表せる。

$100a+10b+c$	式を目的に応じて変形する
$=100a+(10b+c)$	$a+b+c$ に $3n$ を代入する
$=100a+4n$	共通因数の3を取り出す
$=4(25a+n)$	

$25a+n$ は自然数なので，$4(25a+n)$は4の倍数である。
よって，３けたの自然数で，下2けたが4の倍数ならば，その３けたの自然数は4の倍数である。

＜課題＞
教科書 P.33，34を参考にして，P.34問5を解きなさい。

<解答>

nを整数とすると，連続する2つの奇数は

$2n-1$ ，$2n+1$

と表される。

それらの積に1をたした数は

$(2n-1)(2n+1)+1$

$=4n^2-1+1$

$=4n^2$

$=(2n)^2$

よって，連続する2つの奇数の積に1をたした数は，偶数の2乗になる。

<別解答>

nを整数とすると，連続する2つの奇数は

$2n+1$ ，$2n+3$

と表される。

それらの積に1をたした数は

$(2n+1)(2n+3)+1$

$=4n^2+8n+3+1$

$=4n^2+8n+4$

$=(2n+2)^2$

よって，連続する2つの奇数の積に1をたした数は，偶数の2乗になる。

<重要>

$4n^2+8n+4=4(n^2+2n+1)$

$=4(n+1)^2$

とは変形しません。結論を見越しての式の変形が必要になってきます。

上の証明の結論は，次のような意味にもとらえることができます。

連続する2つの奇数の積に1をたした数は，その間にある偶数の2乗になる。

このように，式の意味がいろいろと考えられるようになるといいですね。